

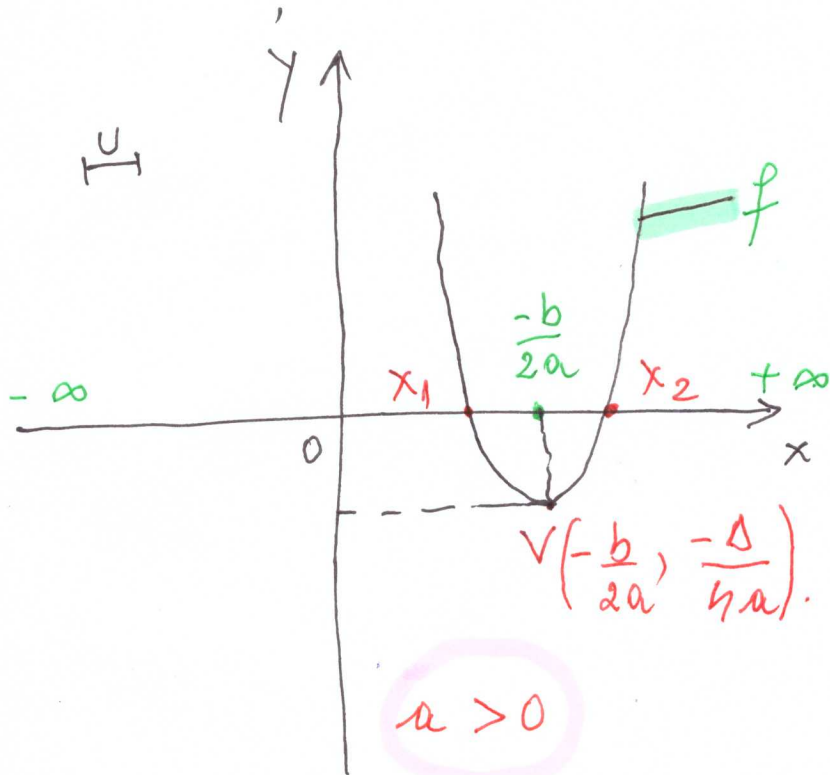
Monotonia funcției de gradul al II-lea.

Def.1 Fie $f: D \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; $f(x) = ax^2 + bx + c$; $a \in \mathbb{R}$,
 $a \neq 0$, $b \in \mathbb{R}$, $c \in \mathbb{R}$. Spunem că funcția f este crescătoare
 pe intervalul $I \subset D$ dacă:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2) \quad \forall x_1, x_2 \in I$$

Def.2. Dacă: $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2) \quad \forall$
 $x_1, x_2 \in I$ spunem că f este descrescătoare pe I .

OBSERVAȚII



$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$a \neq 0$$

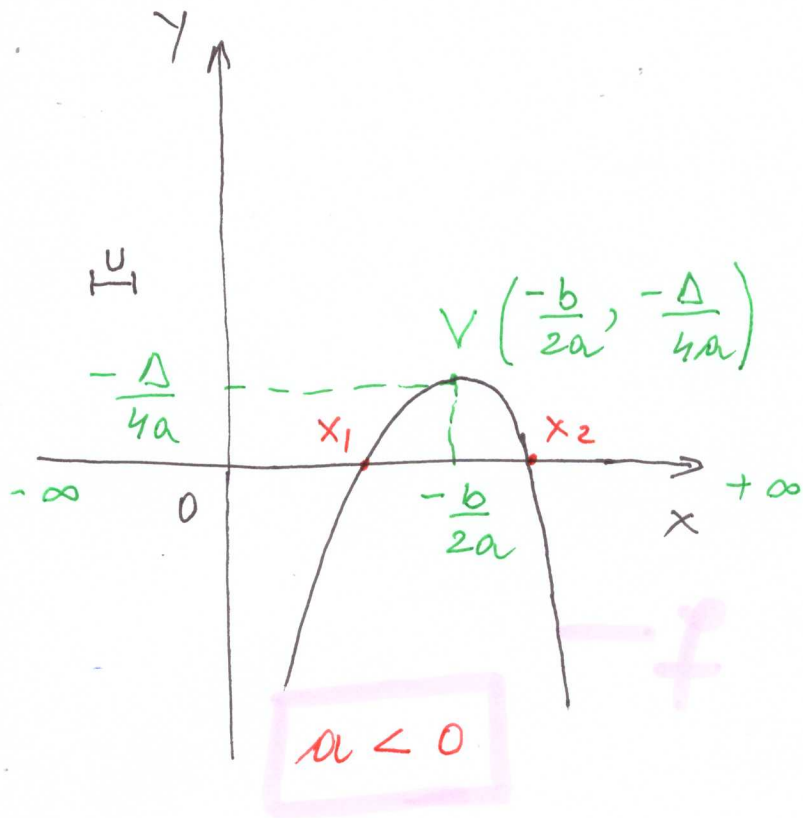
Pentru $a > 0$ avem:

Pe $(-\infty, -\frac{b}{2a})$ funcția

f este strict descrescătoare

Pe $(-\frac{b}{2a}, +\infty)$ funcția

f este strict crescătoare



Pentru $a < 0$ avem:

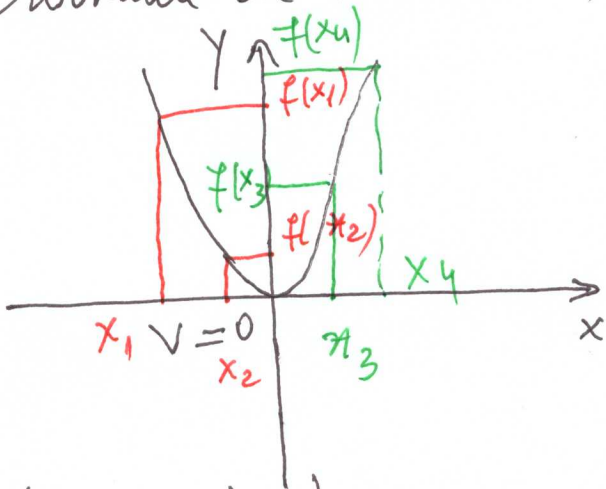
Pe $(-\infty, -\frac{b}{2a})$ funcția f este strict crescătoare.

Pe $(-\frac{b}{2a}, +\infty)$ funcția f este strict descrescătoare.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$a \neq 0; a < 0$$

EX 1 Să se studieze dacă funcția f este crescătoare (întervalele de monotonie): $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$



Rezolvare

$$a = 1; b = 0, c = 0; a > 0$$

Pe $(-\infty, 0)$ funcția este descrescătoare $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

Pe $(0, +\infty)$ funcția este crescătoare $x_3 < x_4 \Rightarrow f(x_3) < f(x_4)$

$$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

$$V(0, 0) = 0(0, 0)$$

EX2 Să se studieze dacă funcția f este crescătoare (intervaletle de monotonie): $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = -x^2$ pag 3

EX3 Să se rezolve ecuația:

$$2x^2 - 16x + 18 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$2 \cdot x^2 + (-16) \cdot x + 18 = 0$$

$$a = 2; b = -16; c = 18$$

$$\Delta = (-16)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 18 = 256 - 144 = 112.$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-16) \pm \sqrt{112}}{2 \cdot 2} = \frac{16 \pm \sqrt{112}}{4}$$

$$x_1 = \frac{16 - \sqrt{112}}{4}; x_2 = \frac{16 + \sqrt{112}}{4}$$

EX4 Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația:

$$1) x^2 - 1 = 0$$

$$2) 2x^2 + 5x + 7 = 0$$

EX5

Să se rezolve în \mathbb{R} ecuațiile:

pag 4

$$1) \quad 2x + 3 = x + 1.$$

$$2x - x = 1 - 3$$

$$x = -2$$

$$2) \quad 7x + 2 = 3x + 4.$$

$$7x - 3x = 4 - 2$$

$$4x = 2$$

$$x = \frac{2}{4}.$$

EX6

Să se rezolve în \mathbb{R} ecuațiile:

$$1) \quad 2x + 1 = 11$$

$$2) \quad \frac{1}{2} \cdot x = \frac{4}{3}$$

$$3) \quad 6x + 9 = 3x - 20$$

$$4) \quad 5x + 2 = 4x + 3$$

EX7

Rezoluți în \mathbb{R} inecuația:

$$2x + 3 \leq 4$$

$$2x \leq 4 - 3; \quad 2x \leq 1$$

$$x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$$