

Metode de rezolvare a sistemelor

pag. 1

liniare. REGULA lui

CRAMER

Ex 1

Să se rezolve sistemul:

$$\begin{cases} 5x + y + z = 10 \\ x + 5y + z = 14 \\ x + y + 5z = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5 \cdot x + 1 \cdot y + 1 \cdot z = 10 \\ 1 \cdot x + 5 \cdot y + 1 \cdot z = 14 \\ 1 \cdot x + 1 \cdot y + 5 \cdot z = 18 \end{cases}$$

Matricea asociată sistemului este:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 5 \cdot 5 \cdot 5 + 1 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 5 \cdot 1 - 5 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1 \cdot 5$$

$$= 125 + 1 + 1 - 5 - 5 - 5 = 112 \neq 0$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\det A} = \frac{\begin{vmatrix} 10 & 1 & 1 \\ 14 & 5 & 1 \\ 18 & 1 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{112}{112} = 1$$

$$y = \frac{\Delta y}{\det A} = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 10 & 1 \\ 1 & 14 & 1 \\ 1 & 18 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{224}{112} = 2$$

$$z = \frac{\Delta z}{\det A} = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 1 & 10 \\ 1 & 5 & 14 \\ 1 & 1 & 18 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{336}{112} = 3$$

$$\Delta z = \begin{vmatrix} 10 & 1 & 1 \\ 14 & 5 & 1 \\ 18 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 10 \cdot 5 \cdot 5 + 14 \cdot 1 \cdot 1 + 18 \cdot 1 \cdot 1 - 18 \cdot 5 \cdot 1 - 10 \cdot 1 \cdot 1 - 14 \cdot 1 \cdot 5$$

$$\Delta z = 250 + 14 + 18 - 90 - 10 - 70 = 282 - 170 = 112$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 5 & 10 & 1 \\ 1 & 14 & 1 \\ 1 & 18 & 5 \end{vmatrix} = 5 \cdot 14 \cdot 5 + 1 \cdot 18 \cdot 1 + 1 \cdot 10 \cdot 1 - 1 \cdot 14 \cdot 1 - 5 \cdot 18 \cdot 1 - 1 \cdot 10 \cdot 5$$

$$\Delta y = 350 + 18 + 10 - 14 - 90 - 50 = 378 - 154 = 224$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 5 & 1 & 10 \\ 1 & 5 & 14 \\ 1 & 1 & 18 \\ 5 & 1 & 10 \\ 1 & 5 & 14 \end{vmatrix} = 5 \cdot 5 \cdot 18 + 1 \cdot 1 \cdot 10 + 1 \cdot 1 \cdot 14 - 1 \cdot 5 \cdot 10 - 5 \cdot 1 \cdot 14 - 1 \cdot 1 \cdot 18$$

$$\Delta_2 = 450 + 10 + 14 - 50 - 70 - 18 = 474 - 138 = 336$$

EX 2

Să se rezolve sistemul:

$$\begin{cases} 3x + 1 \cdot y + 1 \cdot z = 8 \\ 1 \cdot x + 3 \cdot y + 1 \cdot z = 10 \\ 1 \cdot x + 1 \cdot y + 3 \cdot z = 12 \end{cases}$$

Aplicati regula lui CRAMER